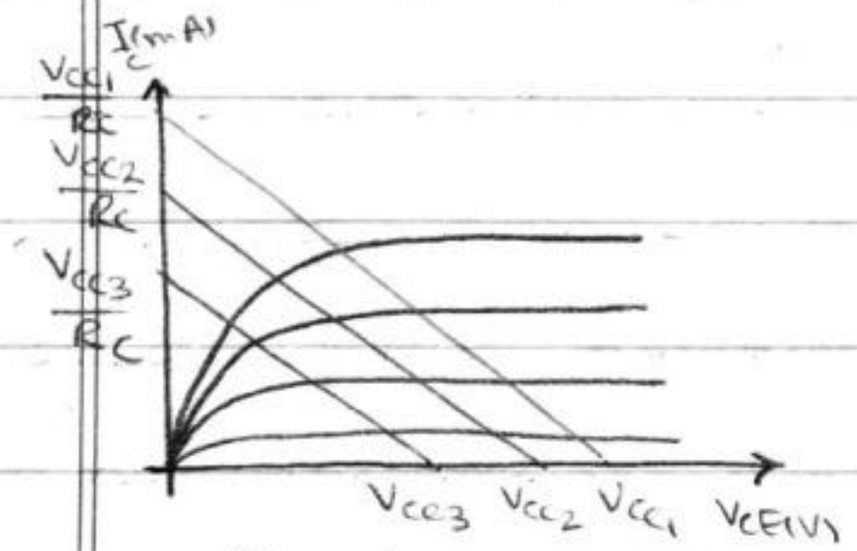
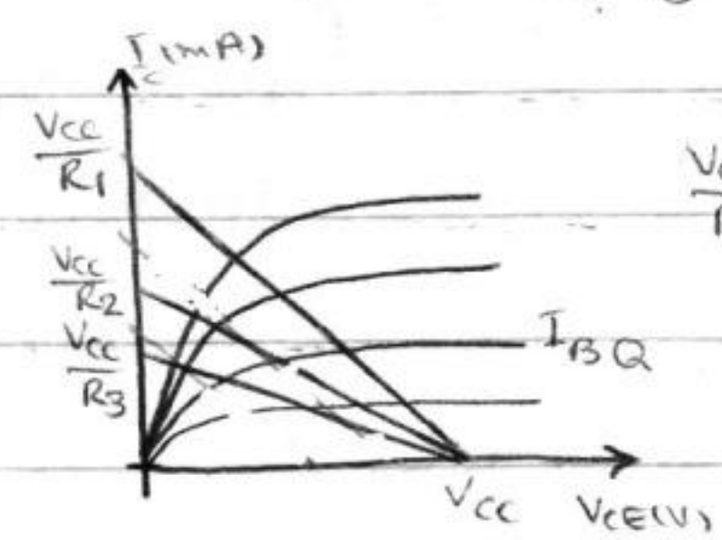
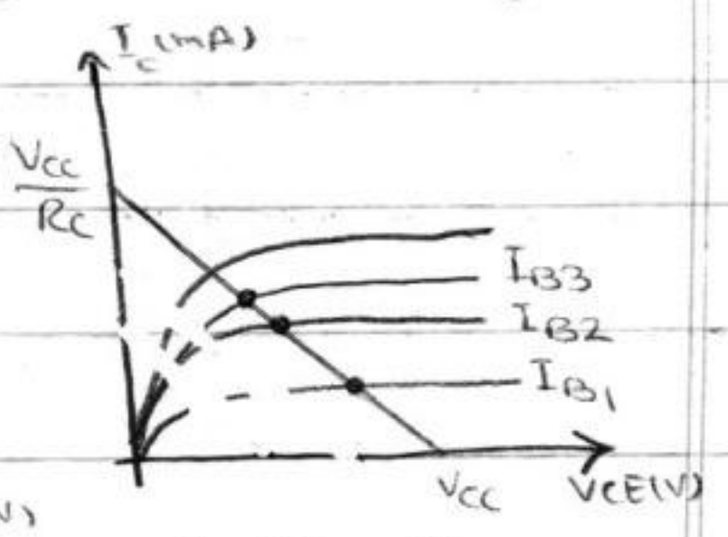
اثر تغییرات V_{CC} و R_C و I_B روی نقطه‌ی Q:



$V_{CC_1} > V_{CC_2} > V_{CC_3}$



$R_1 < R_2 < R_3$



$I_{B_1} < I_{B_2} < I_{B_3}$

**

مدار تغذیه‌ی ثابت با مقاومت امیتر:

در مدارات تغذیه‌ی ترانزیستوری همواره باید ای درجه حرارت را نیز در نظر بگیریم از به‌منظی مشخصه‌های ارائه شده

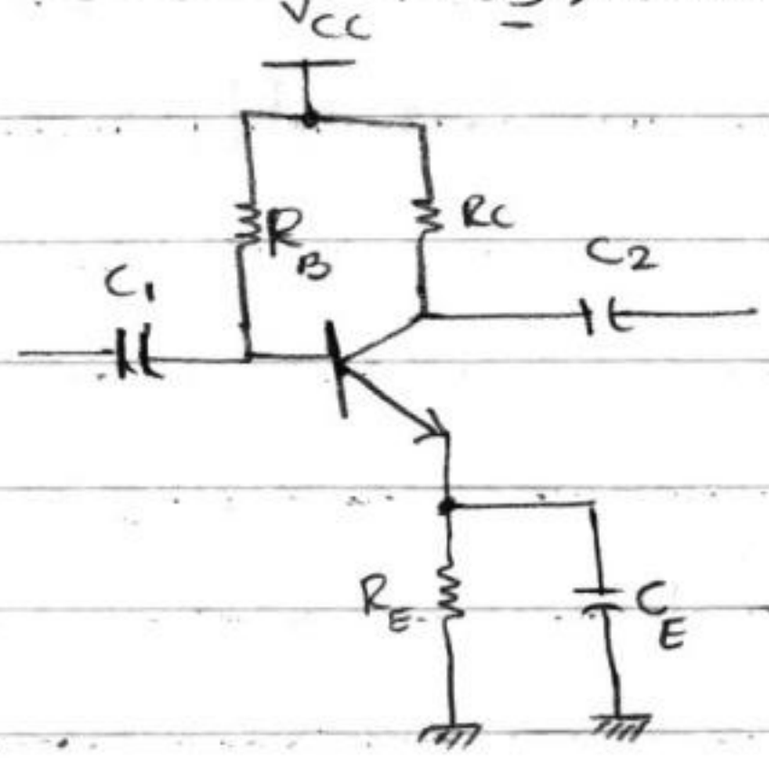
توسط سازندگان ترانزیستور توجه کنیم درمی یابیم نه پارامترهای تغییر β و I_{CEO} با دما تغییر می‌کنند و این عوامل منجر به تغییر نقطه‌ی کار ترانزیستور می‌شود در این مدار مشخص توانایی حفظ نقطه‌ی کار در اثر درجه حرارت را ضریب

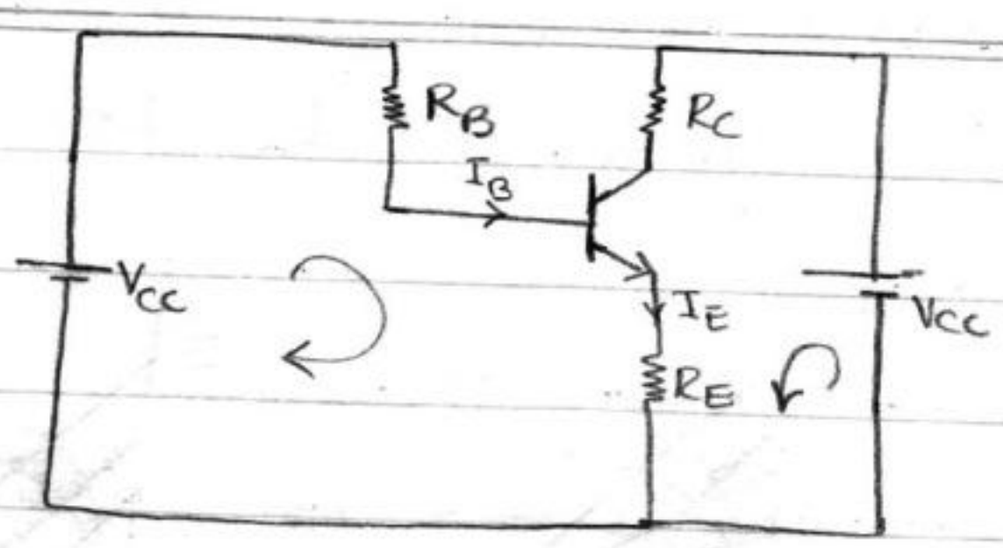
پایداری می نامند آن را با S نمایش می دهند.

هرچه مقدار این ضریب پایداری در مدار تغذیه‌ی ثابت یا مقاومت در امیتر قرار می دهند این مقاومت پایداری را

افزایش می دهد اما باعث تضعیف ضریب تقویت مدار می‌گردد بنابراین آن را با یک خازن موازی در نظر می‌گیرند

تا در فرکانس های مورد نظر اتصال کوتاه شود این خازن خازن بای پس نامیده می‌شود.



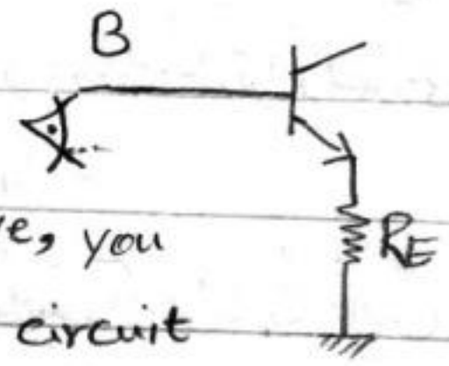


input loop: $-V_{CC} + I_B R_B + V_{BE} + I_E R_E = 0 \rightarrow I_B = \dfrac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (1+\beta) R_E}$

output loop:

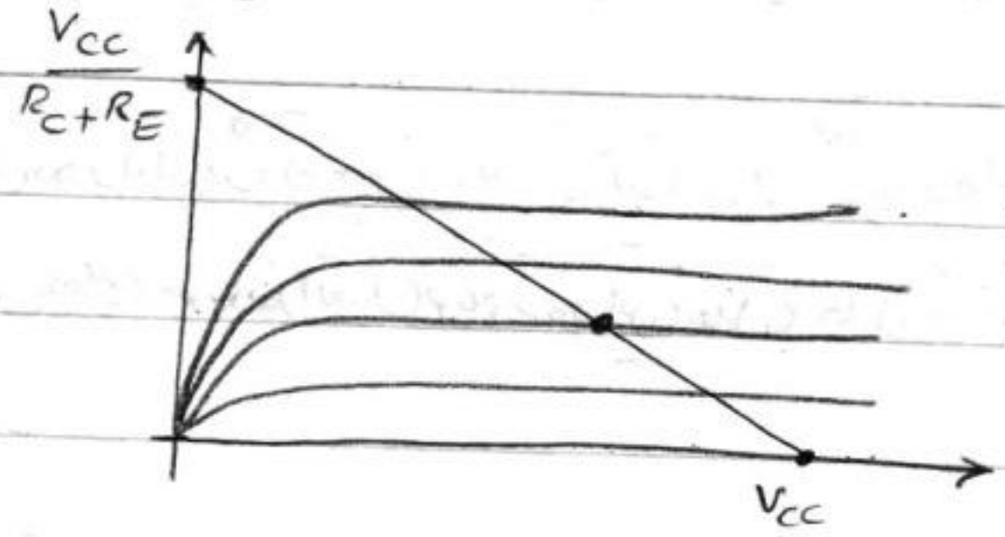
$$-V_{CC} + I_C R_C + V_{CE} + I_E R_E = 0 \rightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_C + R_E)$$

Note: در واقع همین به نظر می‌رسد که مقاومت موجود در Emitter از Base $(1+\beta)$ برابر دیده می‌شود.



$(1+\beta) R_E$

. This is an eye, you are looking circuit from here on (looking from Base to Emitter)

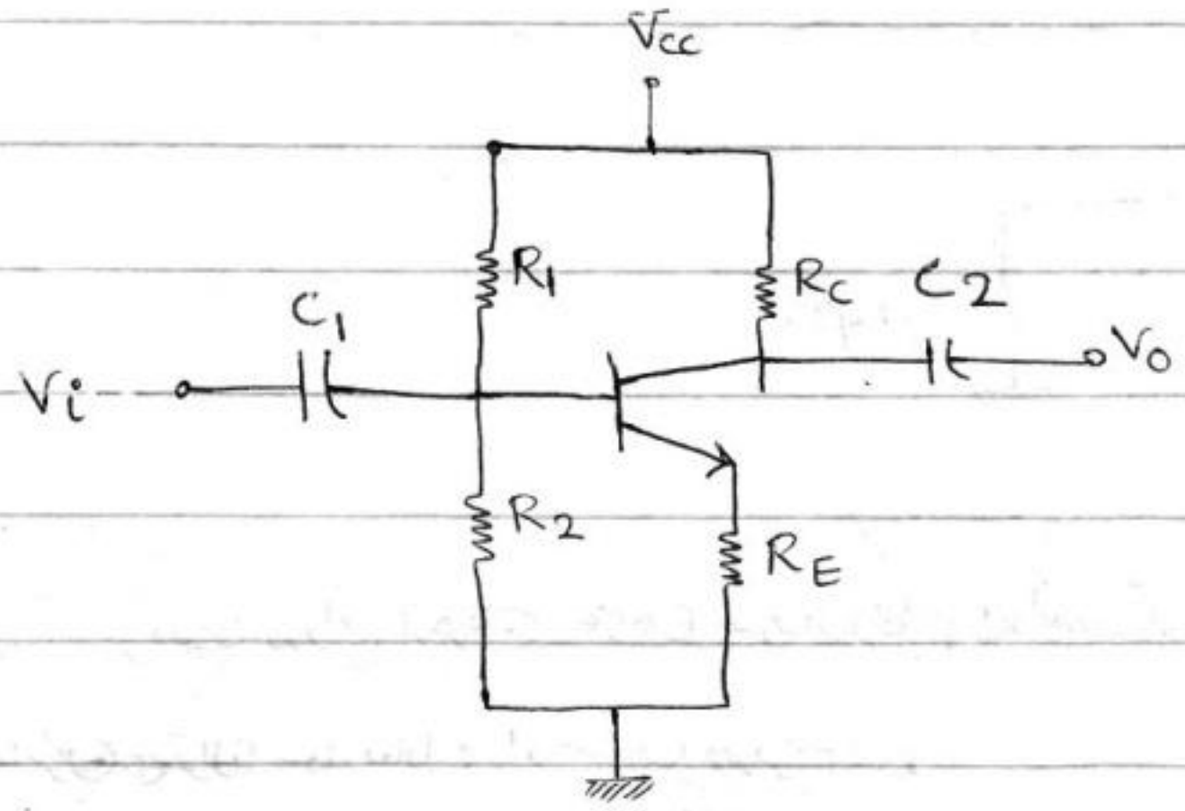


$I_C = 0 \Rightarrow V_{CE}\big|_{I_C=0} = V_{CC}$

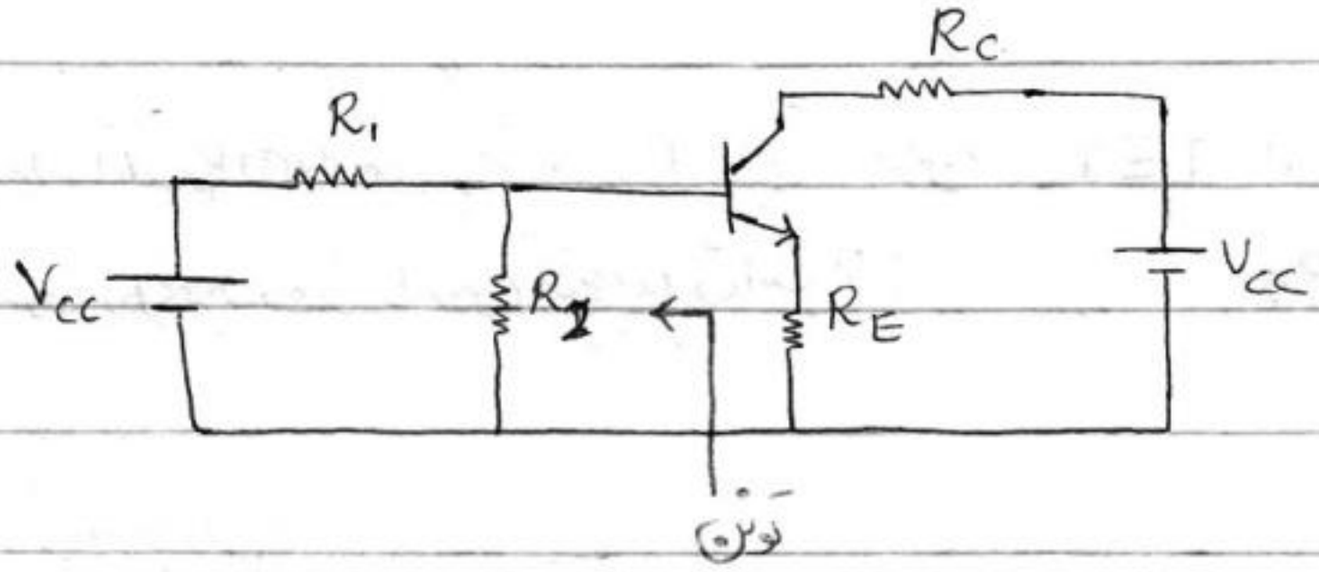
$V_{CE} = 0 \rightarrow I_C\big|_{V_{CE}=0} = \dfrac{V_{CC}}{R_C + R_E}$

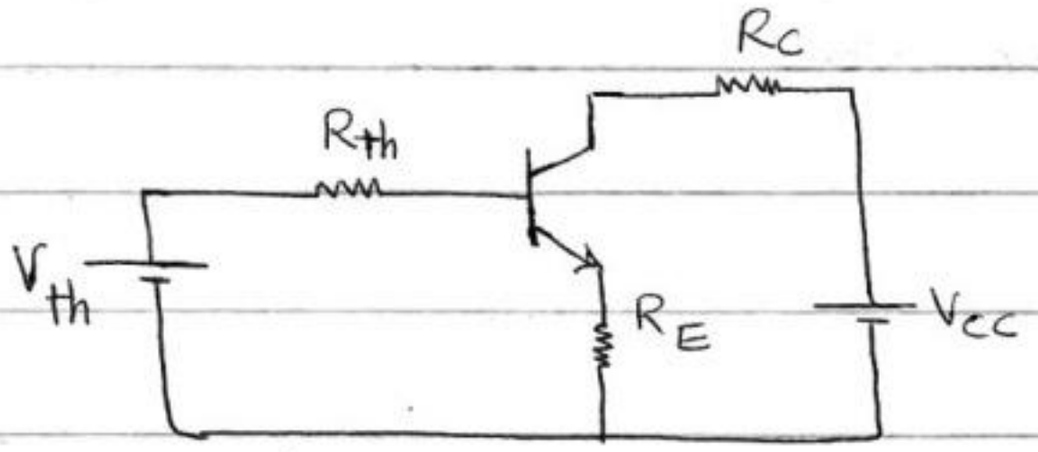
$$\begin{cases} V_{CE} = V_C - V_E \rightarrow V_{CE} = V_{CE} + V_E \\ V_{BE} = V_B - V_E \rightarrow V_{BE} = V_{BE} + V_E \end{cases}$$

Voltage Divider Bias circuit: مدار Bias باتقسیم ولتاژ:



precision analysis: ۱) آنالیز دقیق:





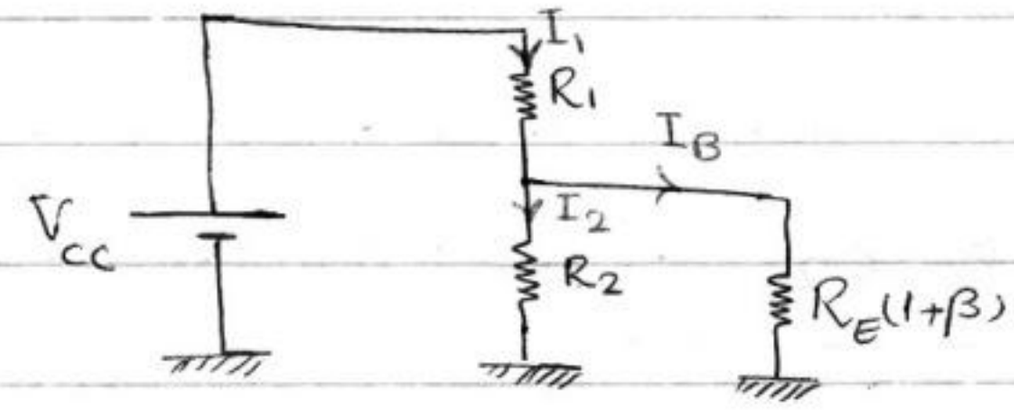
$$R_{th} = R_1 \| R_2$$

$$V_{th} = V_{cc} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

input loop: $-V_{th} + I_B R_{th} + V_{BE} + I_E R_E = 0 \longrightarrow I_B = \dfrac{V_{th} - V_{BE}}{R_{th} + (1+\beta) R_E}$

output loop: $-V_{cc} + I_c R_c + V_{CE} + I_E R_E = 0 \longrightarrow V_{CE} = V_{cc} - I_c (R_c + R_E)$

۲- آنالیز تقریبی:



در آنالیز تقریبی در واقع از جریان Base صرف نظر می‌کنیم می‌دانیم به مقاومت Emitter از دیدگاه Base $(1+\beta)$ برابر دیده می‌شود بنابراین می‌توان مدار معادل را به صورت زیر ترسیم نمود:

$$I_1 = I_2 + I_B \xrightarrow{I_B \cong 0} I_1 \cong I_2$$

در مدارات عملی اغلب $R_E(1+\beta)$ خیلی بزرگتر از R_2 می‌باشد بنابراین $I_1 \cong I_2$ است یعنی جریان Base به راحتی قابل صرف نظر می‌باشد شرط روش تقریبی عبارت است از:

$$\beta R_E > 10 R_2$$

پس از انتخاب روش تقریبی داریم:

$$V_B = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_{CC}$$

$$V_E = V_B - V_{BE}$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} \cong I_{CQ}$$

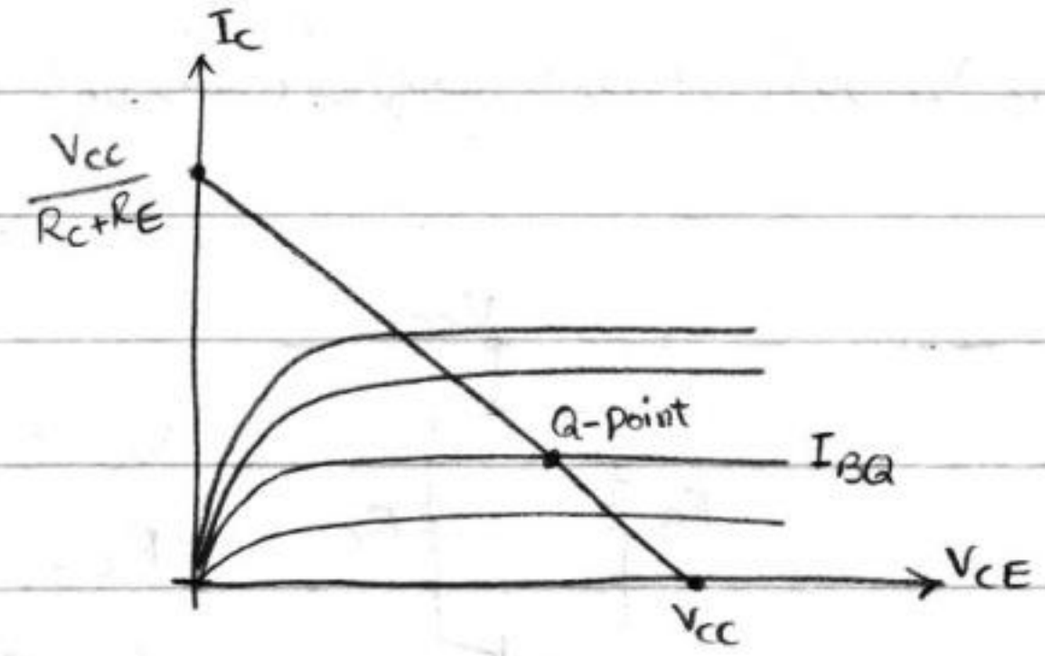
output loop: $-V_{CC} + I_C R_C + V_{CE} + I_E R_E = 0$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_C(R_C + R_E)$$

Note: ولتاژ $V_{CE}=0$ بیانگر اتصال کوتاه است.

$$I_{C(Sat)} = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$$

Note: آنالیز خط بار را نیز می‌توان برای مدار Voltage Divider به کار برد:



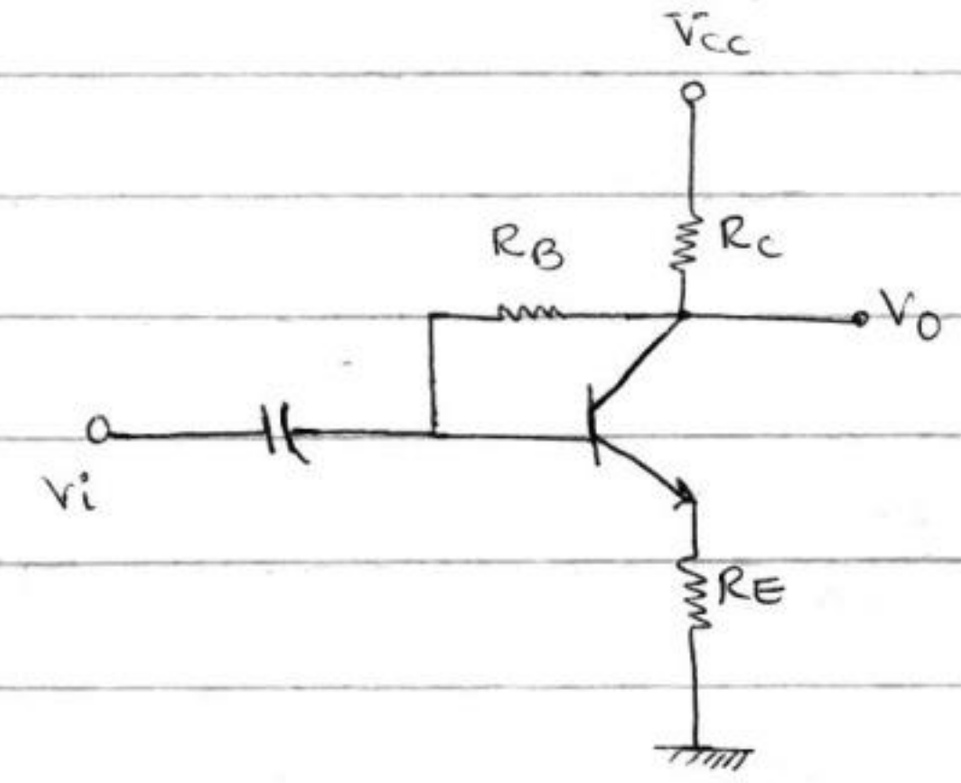
$$V_{CEQ} = V_{cc} - I_c(R_c + R_E)$$

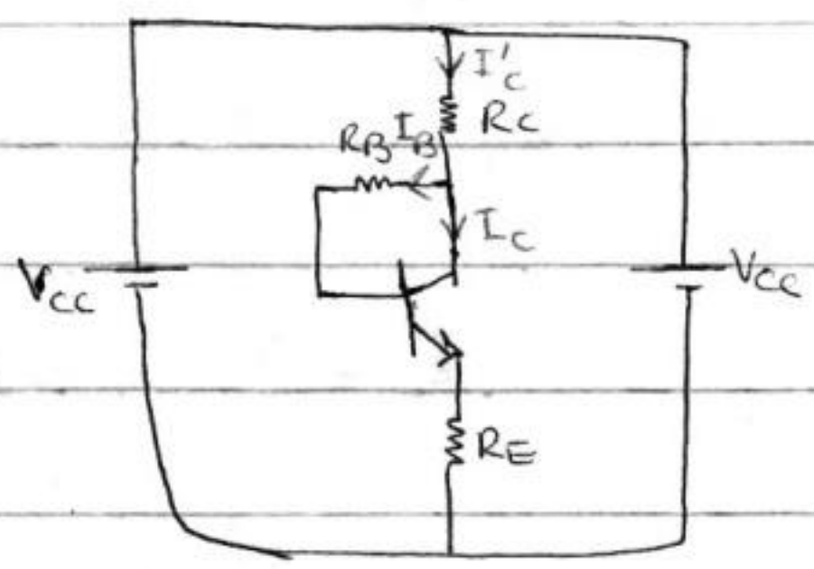
$$\begin{cases} I_c = 0 \\ V_{CE} = 0 \end{cases}$$

**

Bias

بایاس DC با Feedback و بدون:





$$I'_c = I_c + I_B \cong I_c$$

input loop: $$-V_{cc} + I'_c R_c + I_B R_B + V_{BE} + I_E R_E = 0 \longrightarrow I_B = \frac{V_{cc} - V_{BE}}{R_B + \beta(R_c + R_E)}$$

output loop:

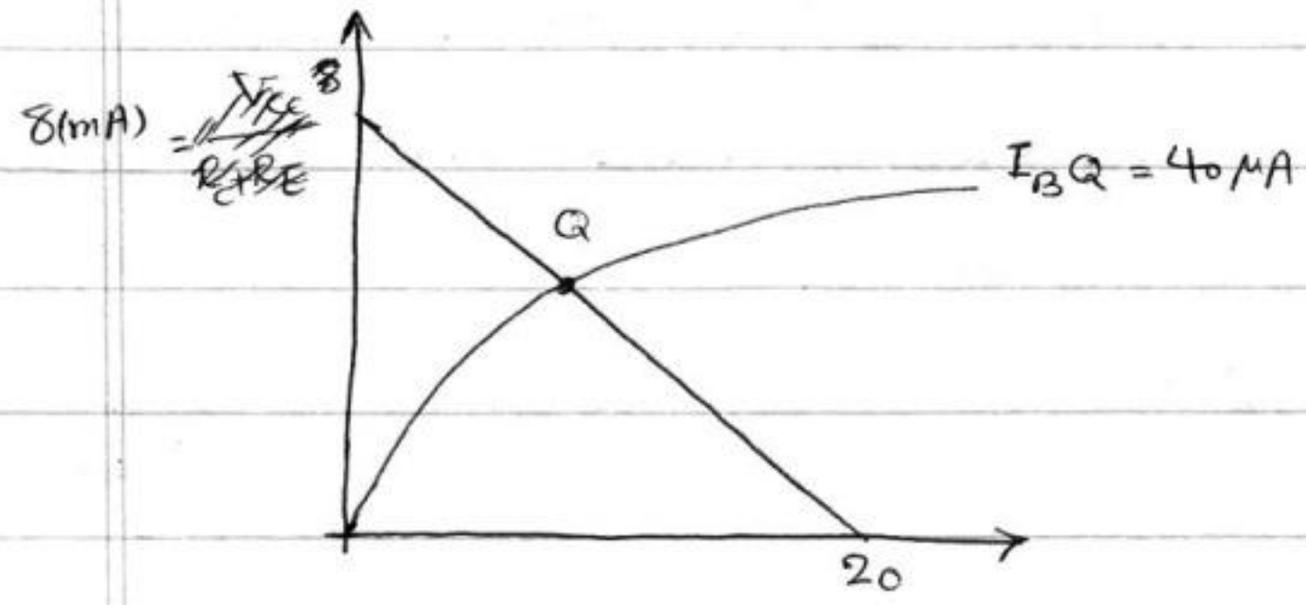
$$-V_{cc} + I'_c R_c + V_{CE} + I_E R_E = 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{cc} - I_c(R_c + R_E)$$

مشابه حالت قبل $$I_{c(sat)} = \frac{V_{cc}}{R_c + R_E}$$;

$$V_{CE} = V_{cc} - I_c(R_c + R_E) \xrightarrow{V_{CE}=0} I_{c(sat)} = \frac{V_{cc}}{R_c + R_E}$$

فرآیند طراحی:

EX: منحنی مشخصه‌ی یک ترانزیستور داده شده است مقادیر V_{cc} R_B R_C را برای آرایش بایاس ثابت پیدا کنید.



$$V_{cc} = I_c R_C + V_{CE} \qquad V_{cc} = 20$$

$$V_{CE}=0 \Rightarrow I_{c(sat)} = \frac{V_{cc}}{R_c}$$

$$I_C = \frac{20}{R_C}\Big|_{V_{CE}=0} \Rightarrow R_C = \frac{20}{8mA}$$

$$I_B = \frac{V_{cc}-V_{BE}}{R_B} \Rightarrow R_B = \frac{20-0.7}{40\mu A} = 485.2\ k\Omega$$

معمولاً روش منحنی برای طراحی وجود ندارد اما اغلب با توجه به داده‌های مسئله می‌توانیم این الگوریتم را به صورت مرتب و یا جابجا به کار ببریم.

نکاتی برای طراحی مدارات بایاس ترانزیستورهای BJT:

۱- با توجه به منحنی مشخصه ولتاژ منبع تغذیه و جریان و ولتاژ نقطه‌ی کار را تعیین می‌کنیم.

۲- با نوشتن معادلات KVL در حلقه‌ی ورودی و خروجی مقادیر جریان Base را محاسبه و مقادیر را تریم می‌نماییم.

۳- در حالت بی‌مقاومت در Emitter داشته باشیم اره ولتاژ تغذیه را برای افت روی مقاومت Emitter در نظر می‌گیریم.

۴- مقدار ولتاژ Collector-Emitter را نصف ولتاژ V_{cc} در نظر می‌گیریم و یا بالعکس V_{cc} را دوبرابر ولتاژ Collector-Emitter

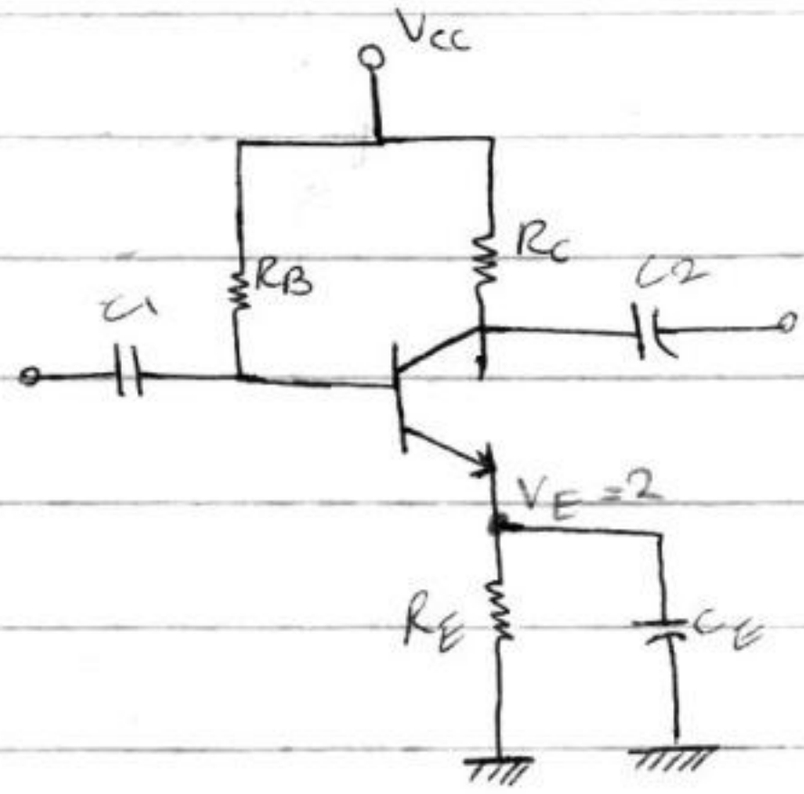
مطلوب می‌کنیم. (زیرا نقطه‌ی کار باید در میان ناحیه‌ی فعال باشد.)

۵- در همه‌ی حالات مقادیر را با مقادیر استاندارد تقریب می‌زنیم.

۶- در هر مرحله پاسخ بدست آمده را با تجارب قبلی مقایسه نموده و از درستی اعداد بدست آمده مطمئن می‌شویم.

۷- در صورت امکان مدار را توسط "P-spice" آنالیز و اصلاح می‌کنیم.

Ex: مدار زیر را طراحی کنید.



$I_{CQ} = 2mA$

$V_{CEQ} = 10V$ (2N4401)

$\beta = 150$

$V_{CEQ} = 10 \longrightarrow V_{CC} \cong 2V_{CEQ} = 20$

$V_E = \frac{1}{10} V_{CC} = \frac{1}{10} \times 20 = 2 Volt$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = \frac{2}{R_E} = 2mA \Rightarrow R_E = 1k\Omega$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{2mA}{150} = 13.3 \ (\mu A)$$

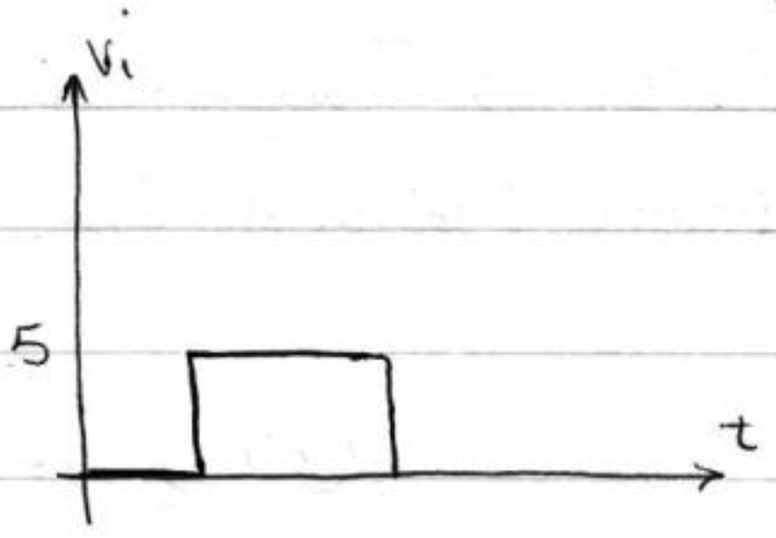
$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_E}{I_B} = 1.3 M\Omega$$

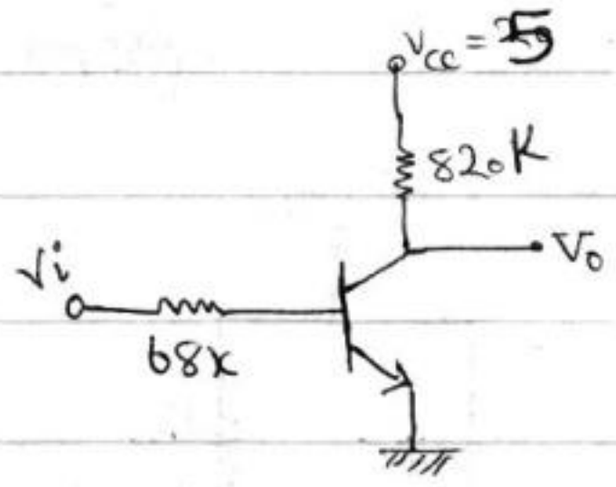
$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE} - V_E}{I_C} = \frac{20 - 10 - 2}{2mA} = 4k\Omega$$

کاربرد ترانزیستور Swit ching:

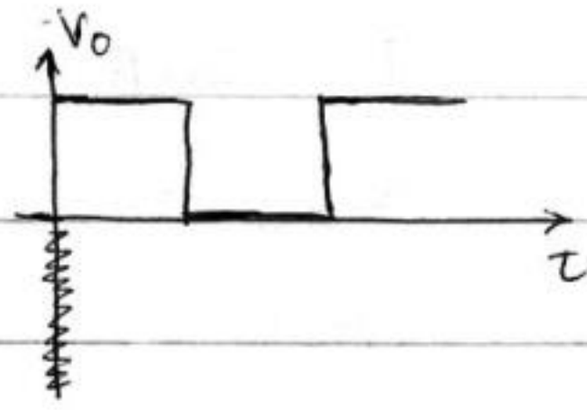
اگر نقطه کار ترانزیستور به طور مناسب بین نواحی قطع و اشباع جابجا شود یعنی Collector-Emitter ترانزیستور به ترتیب مانند اتصال باز و اتصال کوتاه عمل می‌کند به این عمل سوئیچینگ Switching ترانزیستور در مدارات واردنیاز است.

Ex: اگر در مدار زیر V_i به ورودی اعمال شود شکل موج خروجی را ترسیم کنید.





$\beta = 125$



$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = \frac{5 - 0.7}{68k} = 63\mu A$$

$$I_{C(Sat)} = \frac{V_{cc}}{R_C} = \frac{5V}{820} = 6.1mA$$

$$I_{B(Sat)} = \frac{I_{C(Sat)}}{\beta} = \frac{6.1mA}{125} = 48.8\mu A$$

I) $V_i = 0 \Rightarrow I_B = 0 \Rightarrow I_C = 0 \Rightarrow V_o = V_{CE} = V_{cc} - I_C R_C = V_{cc} = 5(Volt)$

II) $V_i = 5 \Rightarrow I_B = 63\mu A \Rightarrow I_B > I_{B(Sat)} \Rightarrow V_o = V_{CE} = 0$ ترانزیستور در اشباع می‌باشد

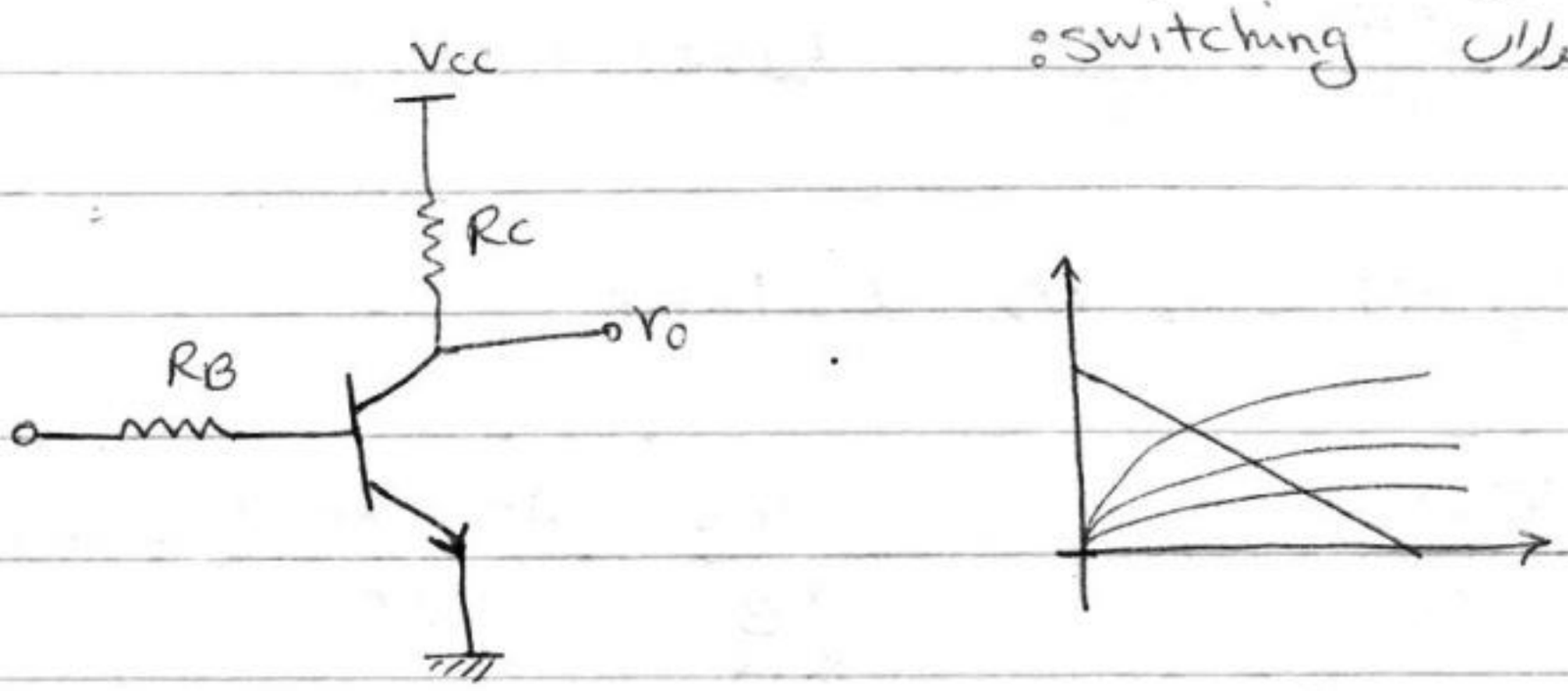
I حالت

open circuit

II حالت

short circuit

روش طراحی مدارات switching:

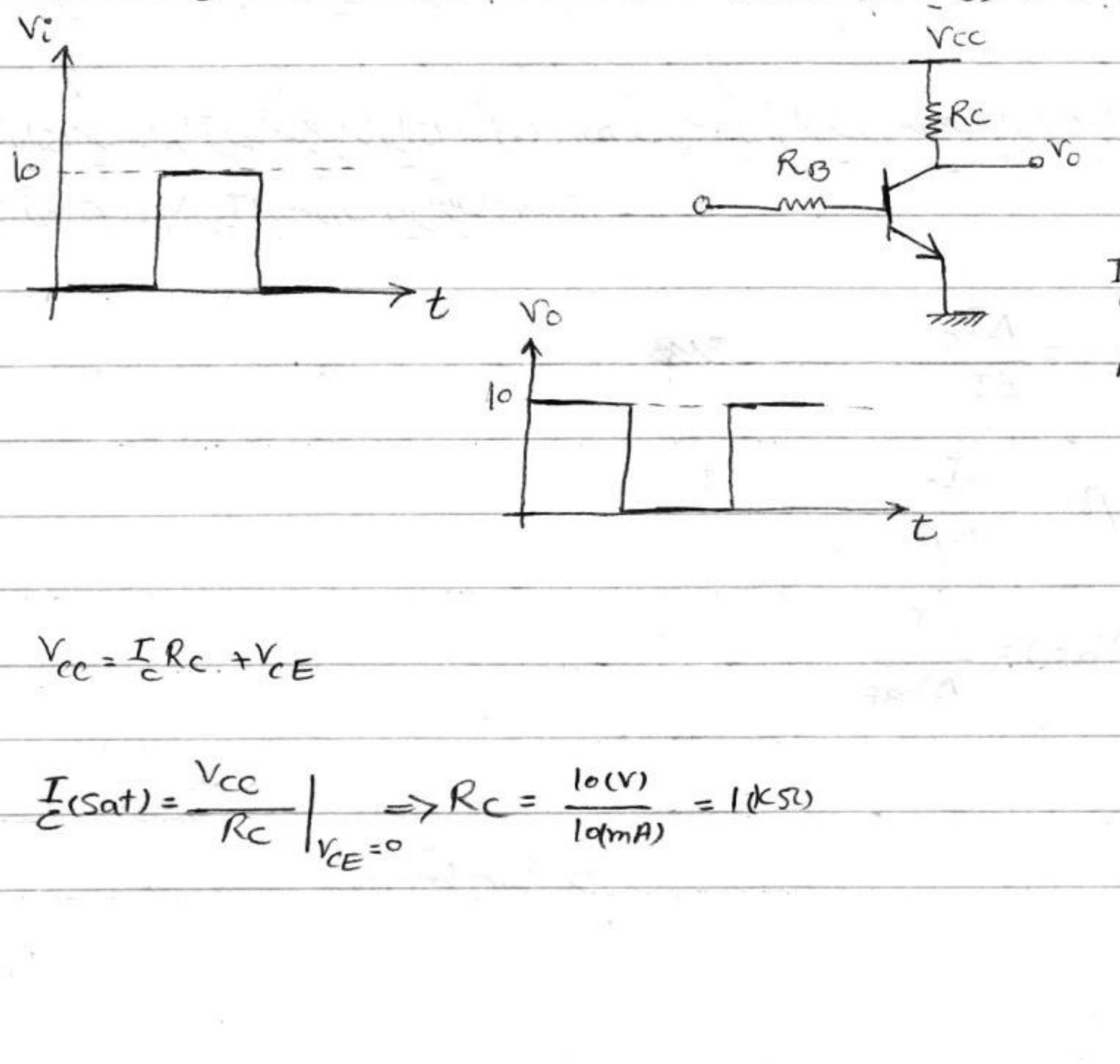


فرض نیز می‌خواهیم مدار فوق را به عنوان switch طراحی نمائیم.

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} \longrightarrow I_{C(sat)} = \frac{V_{CC}}{R_C}\Big|_{V_{CE}=0} \Rightarrow I_{B(sat)} = \frac{I_{C(sat)}}{\beta}$$

حال باید I_B را بیشتر از $I_{B(sat)}$ در نظر بگیریم و R_B را محاسبه نمائیم.

Ex: مدار زیر را به گونه‌ای طراحی کنید که برای ورودی V_i نشان داده شده به صورت switch عمل کند.



$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE}$$

$$I_{C(sat)} = \frac{V_{CC}}{R_C}\Big|_{V_{CE}=0} \Rightarrow R_C = \frac{10(V)}{10(mA)} = 1(K\Omega)$$

$$I_B(sat) = \frac{I_{C(sat)}}{\beta} = \frac{10mA}{250} \Rightarrow I_B(sat) = 40\,\mu A$$

$$I_B > I_B(sat) \longrightarrow \text{اشباع} \quad I_B = 60mA$$

$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} \Rightarrow R_B = \frac{V_i - V_{BE}}{I_B} = \frac{(10-0.7)(volt)}{60\,\mu A} = 155\,(k\Omega)$$

* *

پایداری حرارتی:

با توجه به اینکه مشخصات ترانزیستور مانند I_{CO} ، β ، V_{BE} در اثر دما تغییر می‌کنند بنابراین تغییر دما

ممکن است باعث جابجایی نقطه‌ی کار گردد، در این صورت باعث خروج ترانزیستور از ناحیه‌ی مورد نظر طراح می‌گردد و کارکرد را مختل می‌کند.

$\beta \uparrow$

$T \uparrow$: $V_{BE} \downarrow$

$I_{CO} \uparrow$

- به ازای هر درجه افزایش دما V_{BE} 7.5mV کم می‌شود.
- تقریباً به ازای هر درجه افزایش دما I_{CO} دو برابر می‌شود.

پایداری یک مدار را توسط ضریب پایداری نشان می‌دهند برای ترانزیستور ضریب پایداری براساس سه مالفور یادشده (I_{CO} ، V_{BE} ، β) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(I_{CO}) = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CO}}$$

$$S(\beta) = \frac{\Delta I_C}{\Delta \beta}$$

$$S(V_{BE}) = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}}$$

«پایان احتمال میان ترم»

شروع اشکال با پایل تم.

فصل هشتم:

"مدل سازی ترانزیستورهای BJT"

مدارات ترانزیستوری در واقع با استفاده از منابع DC ، توان AC سیگنال ورودی را تقویت می کنند.

$$\eta = \frac{\text{توان ac خروجی } P_o(AC)}{\text{توان dc ورودی } P_i(dc)}$$ بازده

$$P_{(ac)}_{output} > P_{(ac)}_{input}$$

میزان این اختلاف در واقع از طریق تغذیه dc تأمین می شود و هرچه می توان میزان ولتاژ خروجی را از میزان سطح ولتاژ تغذیه بالاتر برد.

تحزیه و تحلیل سیگنال کوچک:

Small signal Analysis:

اگر در محدوده ی سیگنال کوچک "small signal" باشیم یعنی اگر دامنه ی سیگنال ac ورودی کوچک باشد می توان عملکرد ترانزیستور را همانند یک عنصر خطی در نظر گرفت و تحلیل ac و dc را به صورت جدا انجام داد. I_C یا V_E

برای آنالیز ac در یک مدار باید سه مرحله ی کلی را طی کنیم:

۱- بدست آوردن مدار معادل ac شبکه.

۲- جایگزینی مدار معادل ترانزیستور.

۳- محاسبه ی پارامترهای خواسته شده مانند: A_v ، A_i ، Z_o ، Z_i

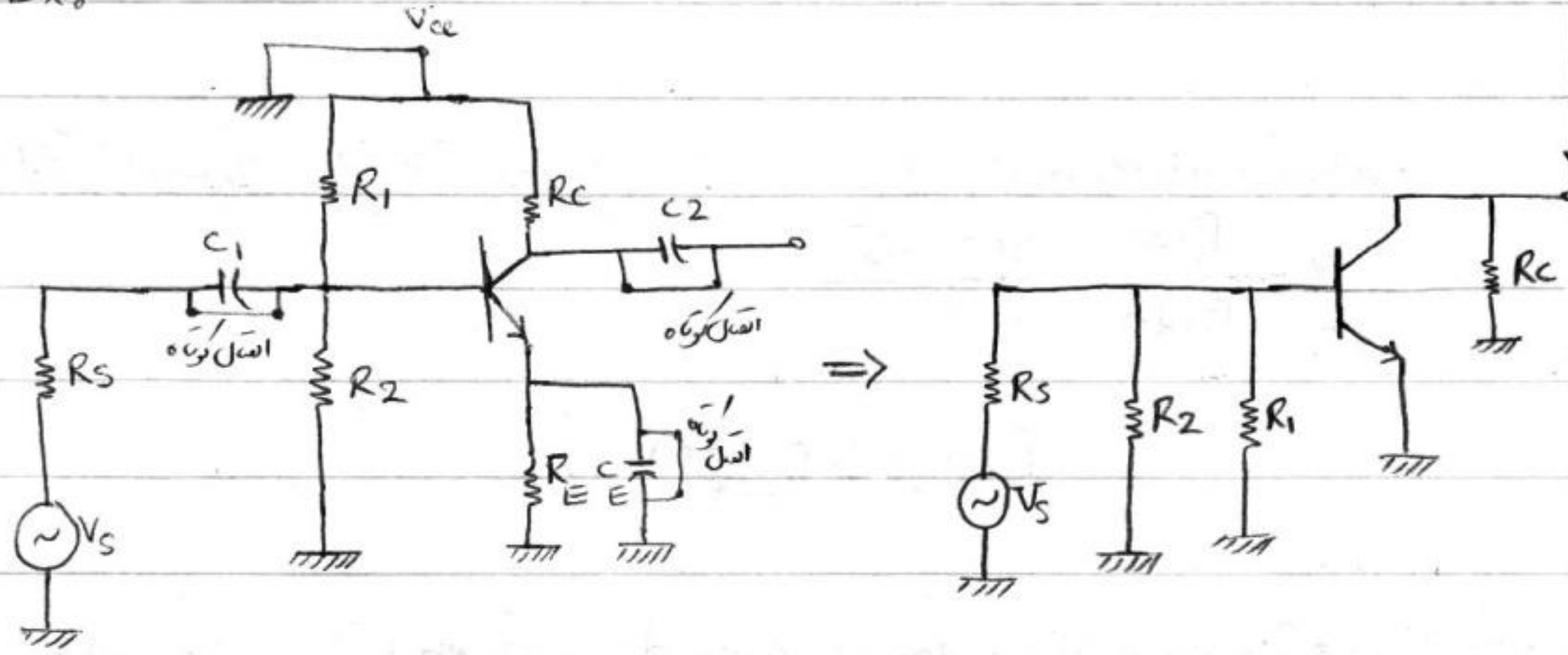
۱- بدست آوردن مدار معادل ac شبکه:

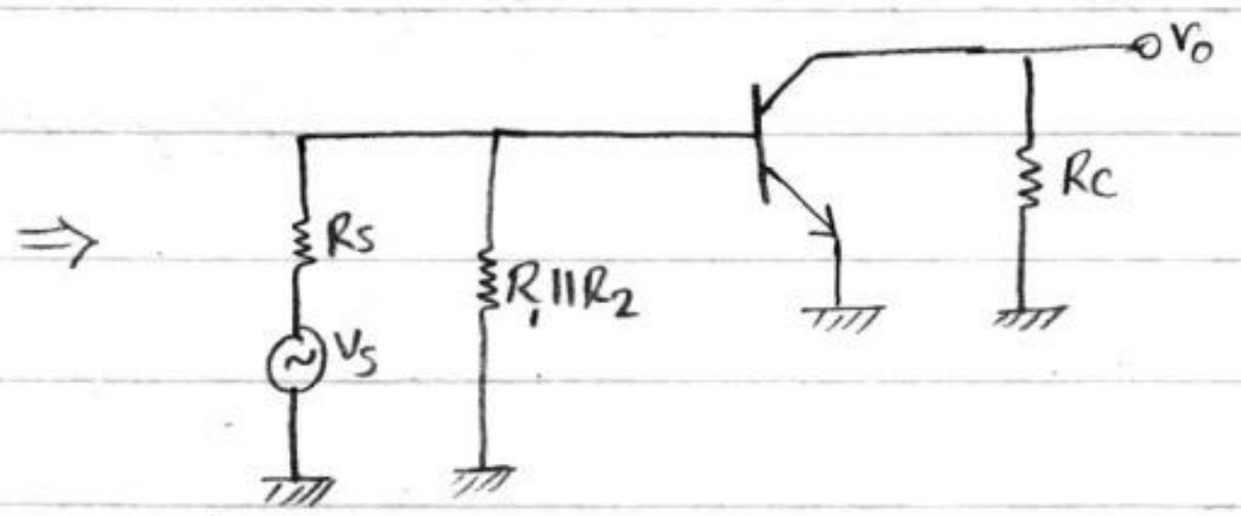
a: تمام منابع dc را با اتصال کوتاه به زمین وصل می کنیم.

b: تمام خازن کوپلاژ، کنار بگذارید و در آنالیز ac با اتصال کوتاه جایگزین می شود.

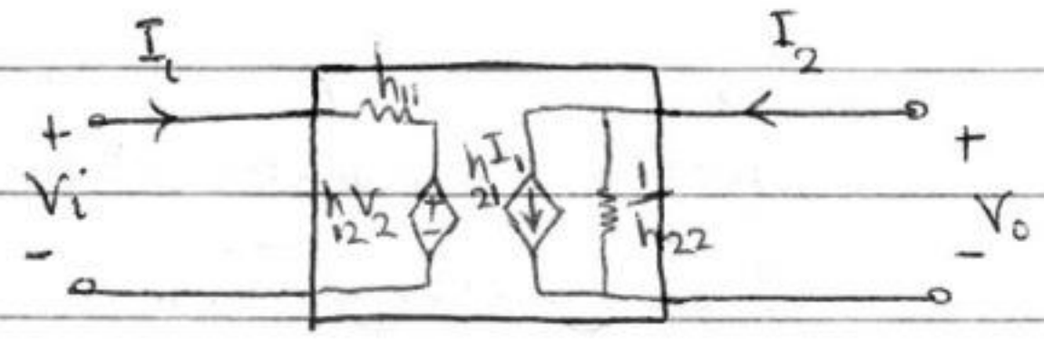
c: ترسیم مجدد مدار با توجه به تغییرات انجام شده ی فوق

Ex:





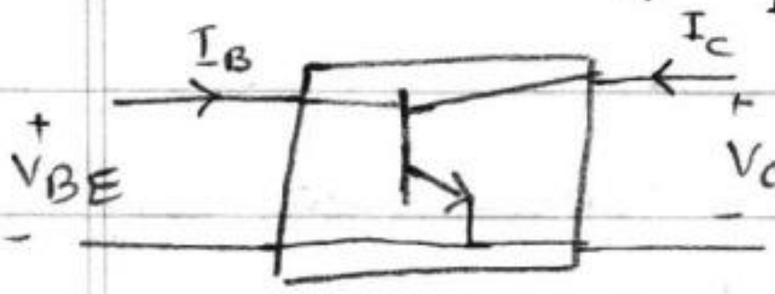
* تحلیل مدار ۲:



: two port network

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \quad , \quad h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} \quad , \quad h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} \quad , \quad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$



**

h_{11} → امپدانس ورودی امیتر مشترک h_{ie} (input, Emitter)

$$h_{ie} = \left.\frac{\delta V_{BE}}{\delta I_B}\right|_{V_{CE}=cte}$$

h_{12} ⇒ ضریب انتقال ولتاژ معکوس : $h_{re} = \left.\frac{\delta V_{BE}}{\delta V_{CE}}\right|_{I_B = cte}$

Reverse — Common Emitter

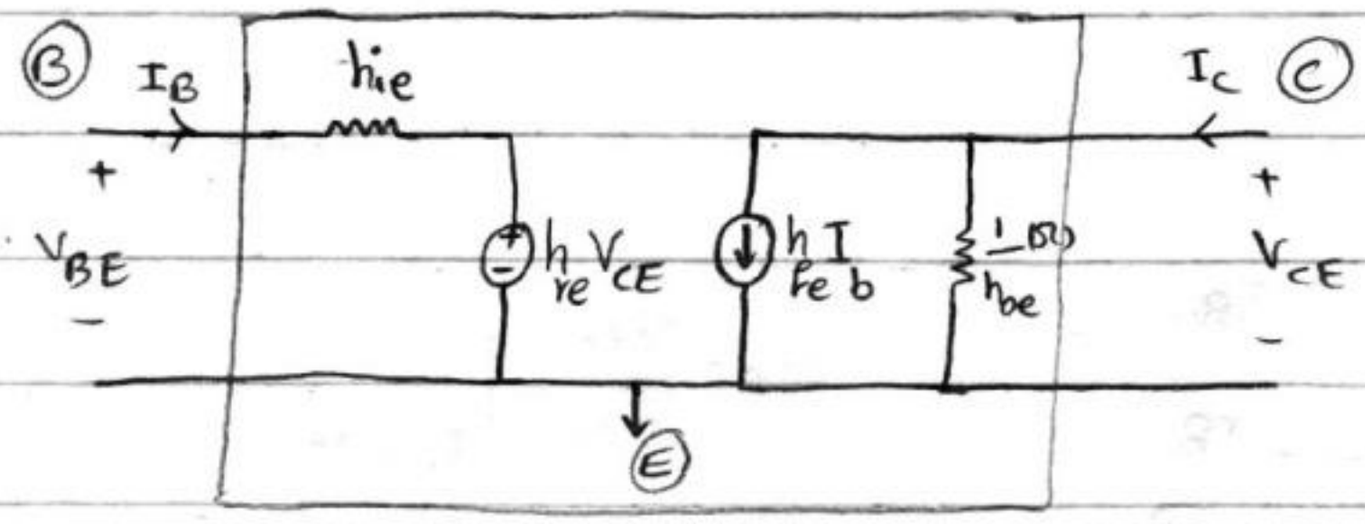
h_{21} ⇒ ضریب انتقال جریان مستقیم : $h_{fe} = \left.\frac{\delta I_C}{\delta I_B}\right|_{V_{CE} = cte}$

Forward

h_{22} ⇒ ادمیتانس خروجی : $h_{oe} = \left.\frac{\delta I_C}{\delta V_{CE}}\right|_{I_B = cte}$

output

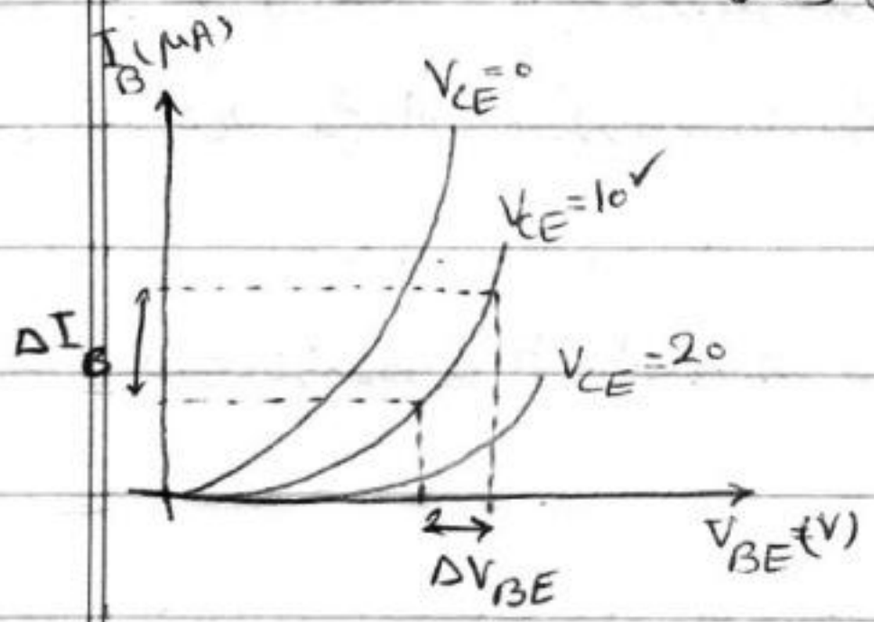
مدار معادل ترانزیستور:



روش تعیین پارامترهای هایبرد:

- با توجه به اینکه پارامترهای مدار معادل ترانزیستور جهت محاسبات ac به کار برده می‌شوند بنابراین به منظور

تعیین پارامترهای فوق حول نقطه‌ای کار می‌توان از روش‌های ترسیمی نیز بهره گرفت.

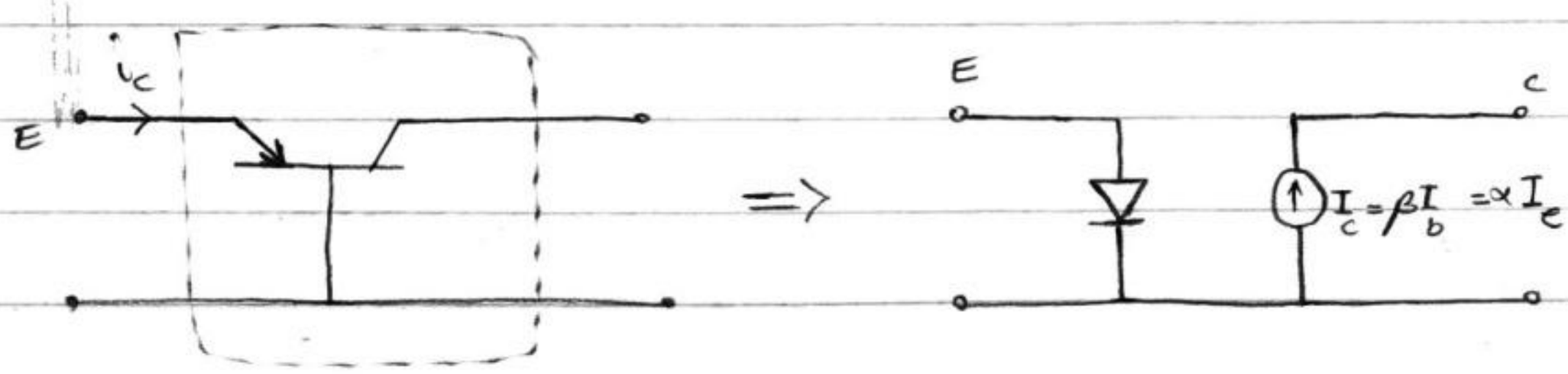


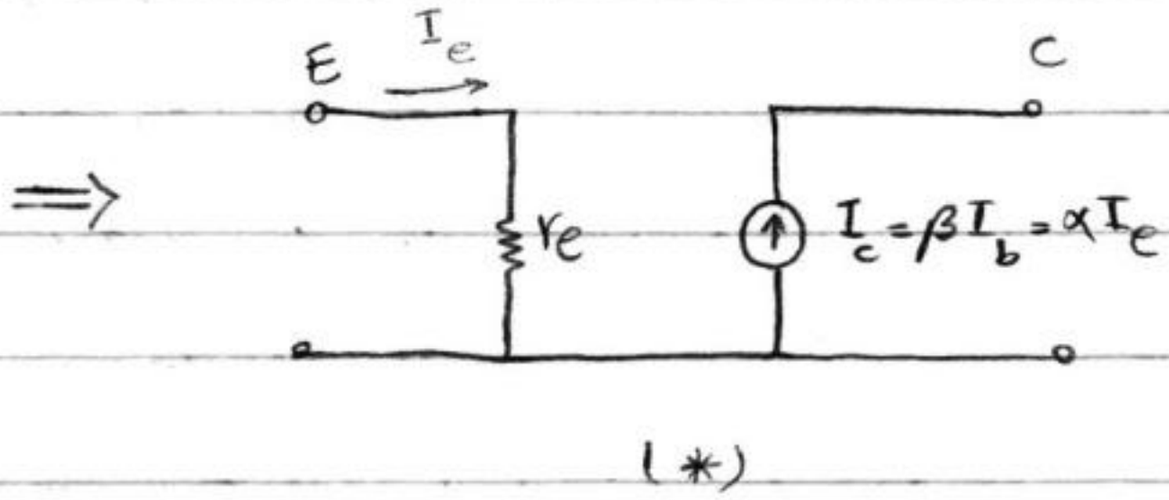
$$h_{ie} = \left.\frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B}\right|_{V_{CE}=cte} = \left.\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}\right|_{V_{CE}=cte}$$

مدارهای مدل re:

در واقع یک روش ساده‌تر برای حل نمودن ترانزیستور براساس این حقیقت استوار است که در واقع اثر ترانزیستور را به صورت یک شبکه‌ی two port network در نظر بگیریم در ورودی این شبکه فقط یک پیوند P-N وجود دارد که می‌توان آنرا با دیود مدل سازی نمود همچنین در خروجی ترانزیستور براساس منبع شخص‌های

در جلوی بایس یک منبع جریان قرار دهیم ($I_c = \beta I_B$) بنابر تعریف نوع بسته برای آرایش Common Base داریم:





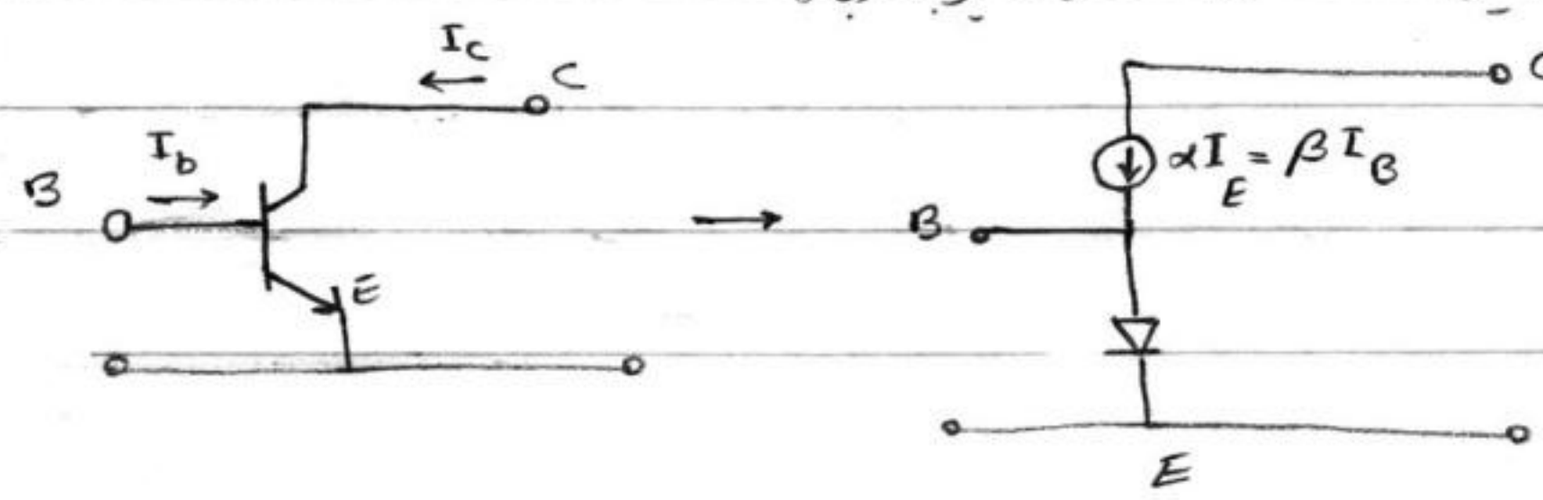
(*)

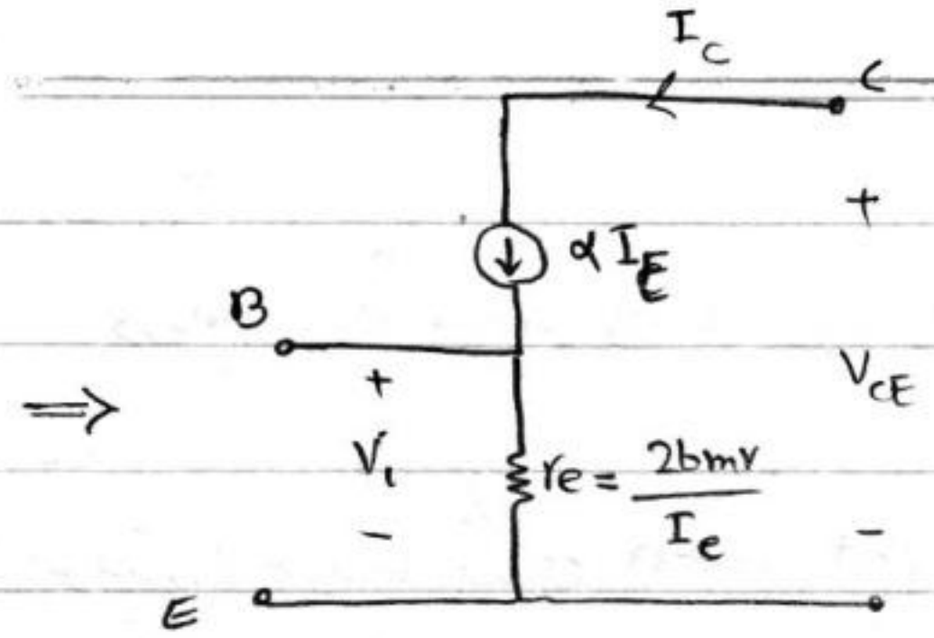
امپدانس دینامیکی دیود یا هر پیوند P-N در جریان آن شخص بلکه از رابطه‌ی $r_e = \frac{26(mV)}{I_E}$ محاسبه می‌گردد بنابراین

اگر جریان dc ، Emitter را داشته باشیم مدار معادل ترانزیستور به صورت (*) درمی‌آید

$$r_d = \frac{26(mV)}{I_D} \rightarrow r_e = \frac{26(mV)}{I_E}$$

این مدل را برای آرایش Emitter مشترک نیز به کار برد.





Z_o امپدانس خروجی Z_i امپدانس ورودی

A_V بهره ولتاژ (Voltage gain) A_i بهره جریان (current gain)

پارامترهای اساسی در آنالیز Ac:

الف) امپدانس ورودی: (Z_i):

Note: در واقع اهم‌متر می‌تواند مستقیماً مقاومت را در حالت DC اندازه‌گیری کند اما برای محاسبه‌ی امپدانس ورودی و خروجی تقویت کننده باید از رابطه‌ی $Z_i = \frac{V_i}{I_i}$ استفاده کنیم.

Note: در آزمایشگاه با قرار دادن یک مقاومت به طور سری با ورودی و اندازه‌گیری اختلاف ولتاژ دو سر آن توسط ولت‌متر یا اسیلوسکوپ و با استفاده از رابطه‌ی:

$$I_i = \frac{V_s - V_i}{R_s} \longrightarrow Z_i = \frac{V_i}{I_i}$$

Note: امپدانس ورودی تقویت کننده‌ی ترانزیستوری در فرکانس های پایین (100KHZ) خاصیت اهمی دارد و با توجه به نوع قرارگرفتن ترانزیستور در مدار می‌تواند بین چند اهم تا چندین مگا اهم تغییر کند.

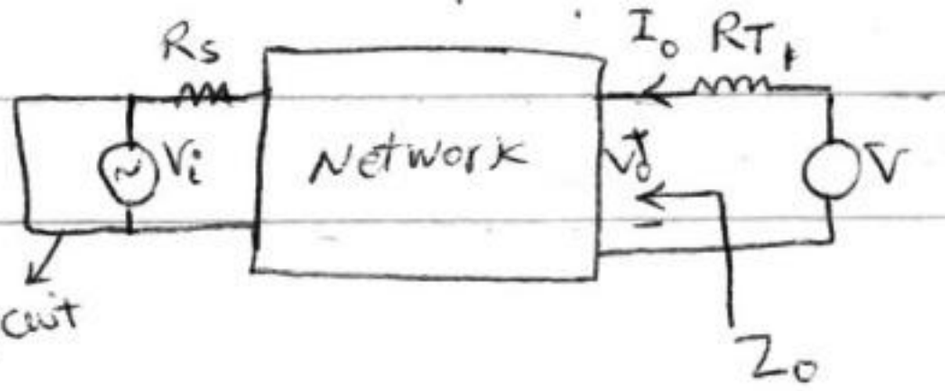
ب) امپدانس خروجی (Z_o):

Note: برای محاسبه‌ی امپدانس خروجی باید حتماً ورودی را صفر کنیم. (اتصال کوتاه) و با استفاده از رابطه‌ی $Z_o = \frac{V_o}{I_o}\Big|_{V_i=0}$ امپدانس خروجی را محاسبه می‌کنیم.

Note: امپدانس خروجی تقویت کننده‌ها نیز مقاومتی خالص است و با توجه به آرایش مدار بین چند اهم تا چندین مگا اهم تغییر می‌کند.

Note: روش آزمایشگاهی:

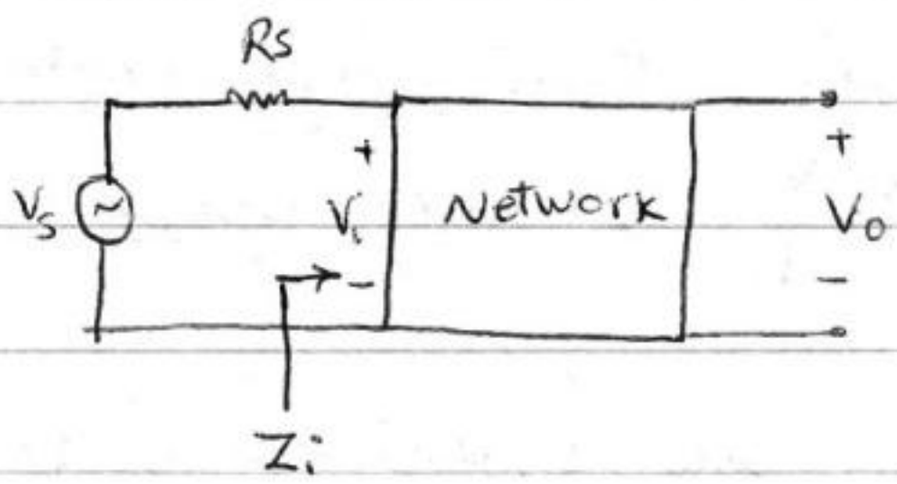
در اینجا با قرار دادن یک مقاومت به طور سری با خروجی شبکه و اتصال کوتاه نمودن ورودی خواهیم داشت:



$$I_o = \frac{V - V_o}{R_T} \quad , \quad Z_o = \frac{V_o}{I_o}$$

ج) بهره‌ی ولتاژ (A_V):

نسبت ولتاژ خروجی به ورودی را بهره ولتاژی گویند و به دو نوع زیر قابل تقسیم می‌باشد



$$\begin{cases} A_{V_S} = \dfrac{V_o}{V_S} \\ A_{V_{NL}} = \dfrac{V_o}{V_i}\Big|_{R_L=\infty} \end{cases}$$

↓ No Load

$$A_V = \frac{V_o}{V_i}$$

Note: $A_{V_S} = \dfrac{V_o}{V_S} = \dfrac{V_o}{V_i} \times \dfrac{V_i}{V_S} = A_{V_{NL}} \times \dfrac{Z_i}{Z_i + R_S} \quad (R_L = \infty)$

$$V_i = V_S \frac{Z_i}{Z_i + R_S} \longrightarrow \frac{V_i}{V_S} = \frac{Z_i}{Z_i + R_S}$$

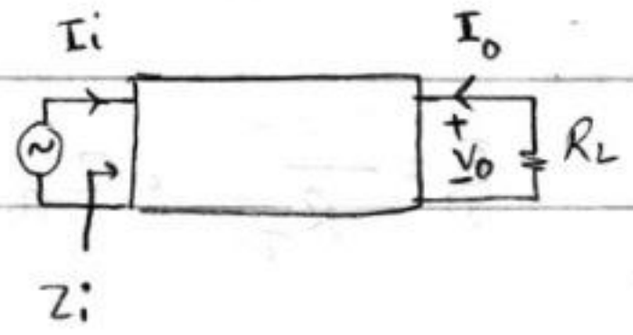
د) بهره‌ی جریان A_I:

Note: بهره‌ی جریان اغلب با مقاومت‌های Z_i، A_V و R_L به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{cases} A_i^\circ = \dfrac{I_o}{I_i} & (1) \\ I_o = \dfrac{-V_o}{R_L} & (2) \\ I_i^\circ = \dfrac{V_i}{Z_i} & (3) \end{cases}$$

$$(2),(3) \rightarrow (1) \longrightarrow A_i^\circ = \frac{\frac{-V_o}{R_L}}{\frac{V_i}{V_2}} = \frac{-V_o}{V_i} \times \frac{Z_i}{R_L}$$

$$\longrightarrow A_i^\circ = -A_V \cdot \frac{Z_i}{R_L}$$



Note: در مدارات ترانزیستوری به ازای تغذیه DC به سیگنال‌های سینوسی معمولاً بین ورودی و خروجی وجود دارد که اغلب این دو سیگنال یا هم فازند یا ۱۸۰ درجه با هم اختلاف فاز دارند.

$$A_i = -\frac{V_i}{R_1} A_V$$

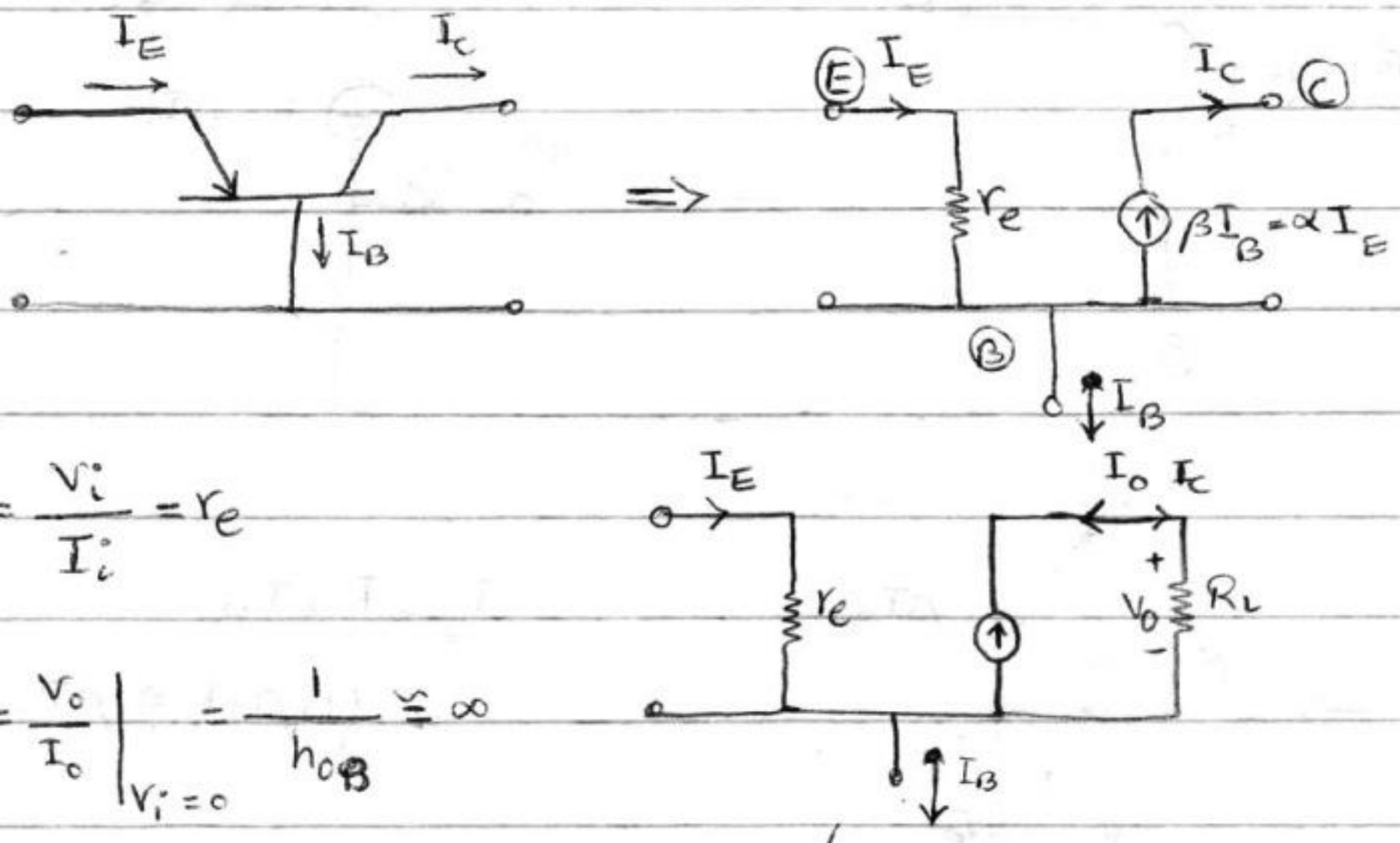
$\leftarrow 180^\circ$ اختلاف فاز

**

استفاده از مدل ترانزیستور در آرایش‌های مختلف:

آرایش بیس مشترک:

↓ Common Base Configuration:

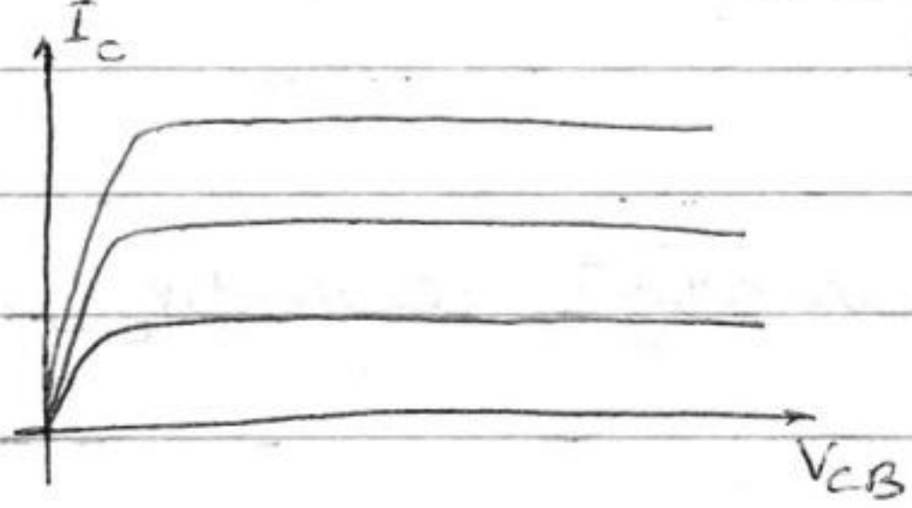


$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = r_e$$

$$V_i = 0 \rightarrow I_e = 0 \quad I_c = \alpha I_e = 0 \qquad Z_o = \frac{V_o}{I_o}\Big|_{V_i=0} = \frac{1}{h_{ob}} \cong \infty$$

Note: مقاومت ورودی بیس مشترک خیلی پایین (در حدود چند اهم) می‌باشد و مقاومت خروجی آن در حدود مگا اهم است به همین دلیل منبع‌های بیس مشترک کاملاً خطی به نظر می‌رسند. علت خطی بودن منبع‌های خروجی در حالت بیس مشترک به علت زیاد بودن $\frac{1}{h_{ob}}$ می‌باشد یعنی منبع جریان قوی تقریباً در خروجی ترانزیستور ایده‌آل می‌باشد.

$\leftarrow$ Common Base



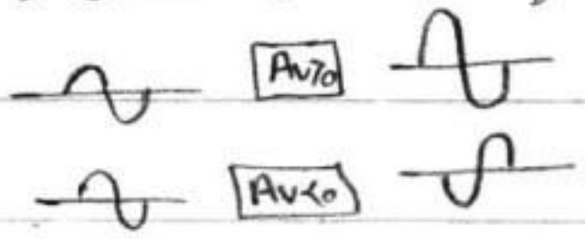
$$V_o = -I_o R_L = -(-I_c) R_L = \alpha I_E R_L$$

$$V_i = I_E Z_i = I_E r_e$$

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\alpha I_E R_L}{I_E r_e} \rightarrow \boxed{A_V = \frac{R_L}{r_e}}$$

$$A_i = \frac{I_o}{I_i} = \frac{-I_C}{I_E} = -\alpha \frac{I_E}{I_E} = -\alpha \cong -1$$

Note: هرجا در A_V و A_i جواب منفی بود نشان از تغییر فاز ۱۸۰ درجه‌ای بین پارامترهای مورد نظر ورودی و خروجی است.

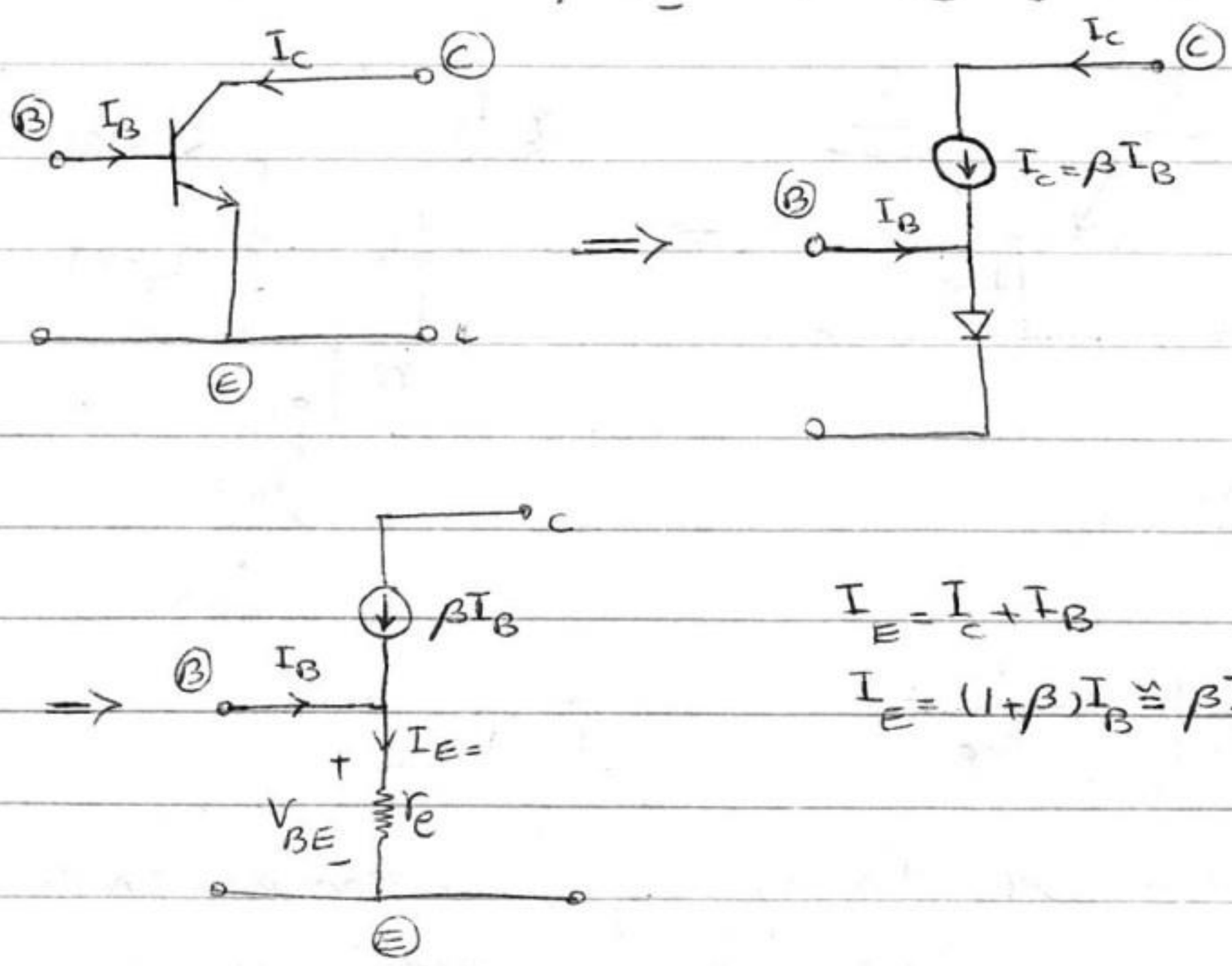


*

✓ آرایش امیتر مشترک:

۱- Common Emitter Configuration:

مدل ترانزیستور در آرایش امیتر مشترک به صورت زیر خواهد بود:



$$I_E = I_C + I_B$$

$$I_E = (1+\beta) I_B \cong \beta I_B$$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{V_{BE}}{I_B} = \frac{\beta I_B r_e}{I_B} \cong \beta r_e$$

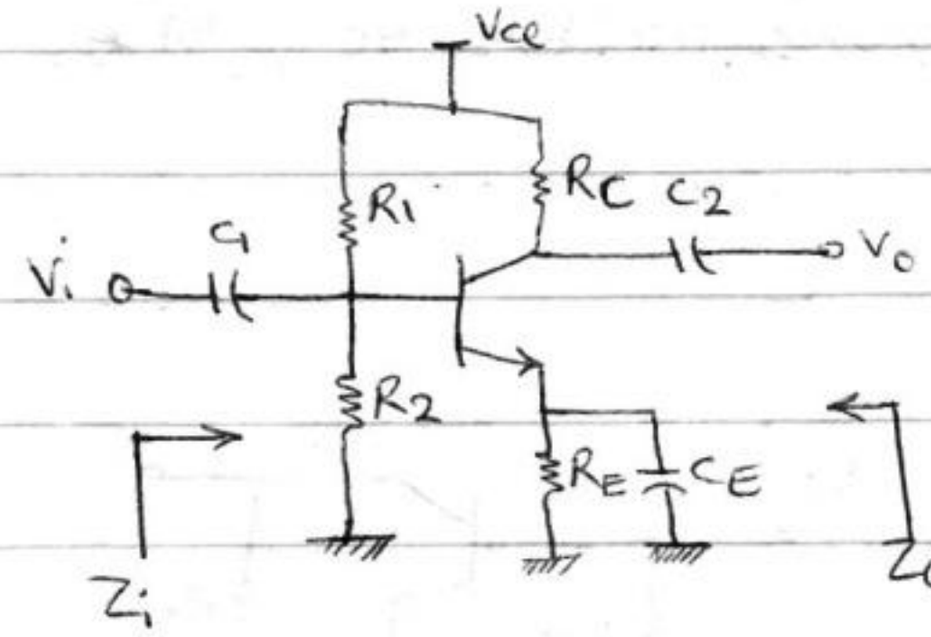
$$Z_o = \frac{V_o}{I_o}\Big|_{V_i=0} = \frac{1}{h_{oe}} \cong \infty \quad (*)$$

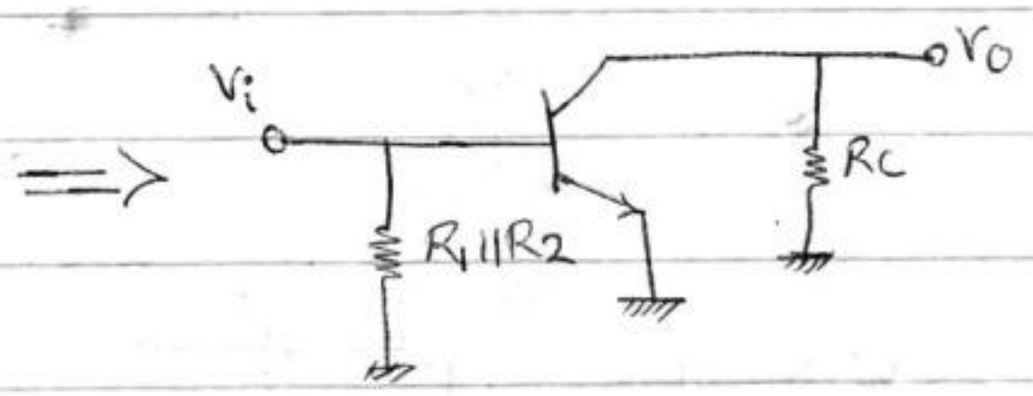
Note: مدل r_e برای محاسبه‌ی Z_o چندان مناسب و دقیق نیست اما می‌توانیم دلیلش را بیابیم؟

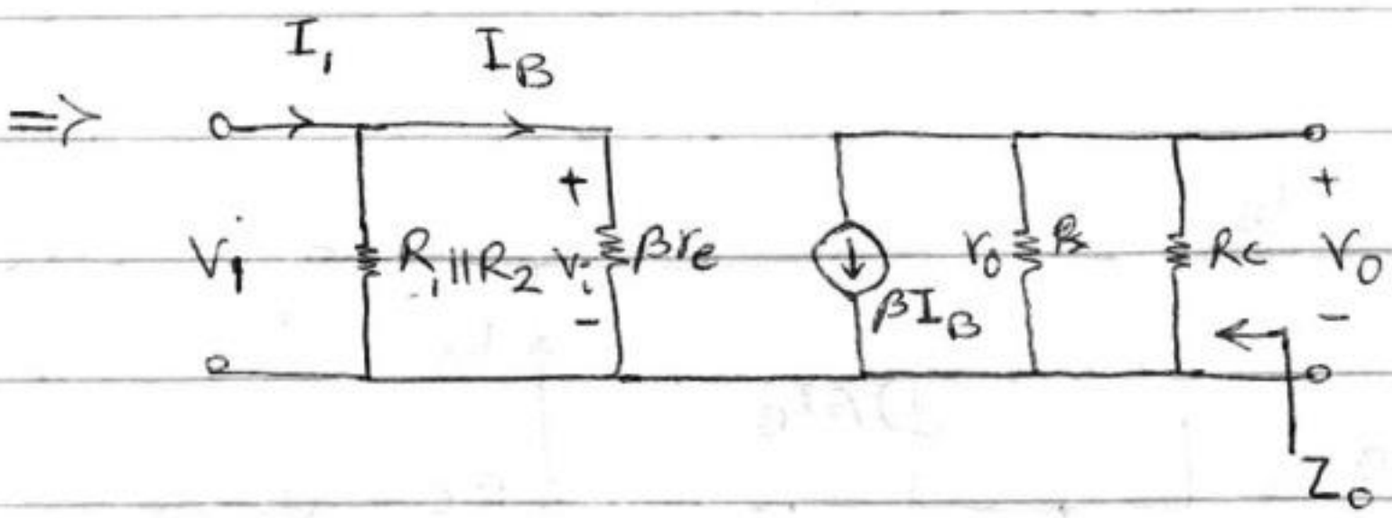
(*)

* Voltage Divider:

* بایاس با تقسیم ولتاژ:







$$Z_i = (R_1 \| R_2) \| \beta r_e \cong \beta r_e$$

$$Z_o = \frac{V_o}{I_o}\Big|_{V_i=0} = R_C \| r_o \cong R_C$$

$$A_i = -A_V \frac{Z_i}{Z_o} = \frac{+R_C \| r_o}{r_e} \cdot \frac{(R_1 \| R_2) \| \beta r_e}{R_C} \cong \beta$$

(R_C under $+R_C \| r_o$; βr_e under $(R_1 \| R_2) \| \beta r_e$)

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-\beta I_B (R_C \| r_o)}{I_B (\beta r_e)} = \frac{-(R_C \| r_o)}{r_e}$$